# **Karatsuba 乘法**

[October 5, 2014](http://blog.miskcoo.com/2014/10/karatsuba-multiplication)  [miskcoo](http://blog.miskcoo.com/author/miskcoo)  [Algorithm](http://blog.miskcoo.com/category/algorithm), [Math](http://blog.miskcoo.com/category/math)

Karatsuba 乘法是一种快速的乘法算法，它是由 [Anatolii Alexeevitch Karatsuba](http://en.wikipedia.org/wiki/Anatolii_Alexeevitch_Karatsuba" \o "Anatolii Alexeevitch Karatsuba" \t "http://blog.miskcoo.com/2014/10/_blank) 在 1960 年发现，并且在 1962 年公开发表的算法

传统的高精度乘法复杂度会达到 n2n2，而 Karatsuba 乘法则是基于分治策略，复杂度是 3nlog233nlog2⁡3，近似值大约为 3n1.5853n1.585

首先，假设在 BB 进制下有两个大整数 a,ba,b，现在我们要计算 a⋅ba⋅b

我们可以将其写成

a=a0⋅Bm+a1b=b0⋅Bm+b1a=a0⋅Bm+a1b=b0⋅Bm+b1

其中 mm 是最小的正整数使得 a0,a1,b0,b1<Bma0,a1,b0,b1<Bm，也就是把 a,ba,b 切成了均匀两半，之后

===a⋅b(a0Bm+a1)(b0Bm+b1)a0b0B2m+(a0b1+b0a1)Bm+a1b1a0b0B2m+(a0+a1)(b0+b1)Bm−(a0b0+a1b1)Bm+a1b1a⋅b=(a0Bm+a1)(b0Bm+b1)=a0b0B2m+(a0b1+b0a1)Bm+a1b1=a0b0B2m+(a0+a1)(b0+b1)Bm−(a0b0+a1b1)Bm+a1b1

到了最后一步，我们发现只需要计算三次乘法 a0b0,a1b1,(a0+a1)(b0+b1)a0b0,a1b1,(a0+a1)(b0+b1) 以及六次加法

因此这样复杂度就变为

T(n)=3T(n2)+6n=O(nlog23)T(n)=3T(n2)+6n=O(nlog2⁡3)

当然这个方法也可以用来计算多项式乘法，你只要认为 BB 是多项式的形式变量就好了（而且还不用像高精度那样写个加减进位退位似乎更好写嗯！）

### **Related Posts:**

1. **[BZOJ-3157. 国王奇遇记](http://blog.miskcoo.com/2014/06/bzoj-3157" \o "BZOJ-3157. 国王奇遇记)**
2. **[[数论]Miller-Rabin素性测试](http://blog.miskcoo.com/2014/07/miller-rabin-primality-test" \o "[数论]Miller-Rabin素性测试)**
3. **[[数论]二次剩余及计算方法](http://blog.miskcoo.com/2014/08/quadratic-residue" \o "[数论]二次剩余及计算方法)**
4. **[[数论]中国剩余定理](http://blog.miskcoo.com/2014/09/chinese-remainder-theorem" \o "[数论]中国剩余定理)**
5. **[NOI2012. 迷失游乐园](http://blog.miskcoo.com/2014/10/bzoj-2878" \o "NOI2012. 迷失游乐园)**